

# **DỰ THẢO ĐỀ CƯƠNG OLYMPIC CƠ HỌC**

**Môn: Ứng dụng tin học trong Sức bền vật liệu**

**Người xây dựng đề cương: TS Nguyễn Văn Chinh, ThS Tạ Đức Tâm-**

**Học viện Kỹ thuật Quân sự**

-----o0o-----

## **1. Nội dung thi**

- Nội dung tương tự như thi truyền thống (riêng bậc siêu tĩnh có thể lớn hơn 2).
- Các phần mềm được phép sử dụng: Maple, Matlab, MathCad.
- Chỉ được sử dụng kiến thức và phương pháp tính toán trong phạm vi môn học

Sức bền vật liệu.

## **2. Hình thức thi**

- Mỗi thí sinh được bố trí 01 máy có cài đặt sẵn các phần mềm quy định.
- Thí sinh thi độc lập (không thi theo nhóm).
- Thí sinh làm bài trên máy tính, sử dụng các phần mềm sẵn có Maple, Matlab, Matcad. Thí sinh ghi các kết quả chính theo yêu cầu vào giấy thi.

## **3. Đề thi và thời gian làm bài**

- Đề thi có từ 3 đến 4 bài (chỉ có bài tập).
- Thang điểm: 40 điểm.
- Thời gian làm bài: 180 phút.

## **4. Chấm thi**

- Chấm lần 1: trên giấy thi, chọn những thí sinh đạt ngưỡng điểm quy định.
- Chấm lần 2: chấm trên máy tính đối với các thí sinh đã vượt qua lần chấm 1.

## **5. Tài liệu tham khảo**

- Giáo trình Sức bền vật liệu.
- Hướng dẫn sử dụng các phần mềm Maple, Matlab, MathCad.

**OLYMPIC CƠ HỌC TOÀN QUỐC NĂM 2017**

**Môn thi: Ứng dụng tin học trong Sức bền vật liệu**

**THÔNG TIN THÍ SINH**

1. Họ và tên thí sinh :.....

2. Trường đang học :.....

3. Ngày, tháng, năm sinh :.....

4. Số báo danh :.....

5. Số phách (Do Hội đồng chấm thi ghi)

.....
-------

.....
-------

**OLYMPIC CƠ HỌC TOÀN QUỐC NĂM 2017**

**KẾT QUẢ BÀI THI**

**Môn thi: Ứng dụng tin học trong Sức bền vật liệu**

**Bài mẫu 1 (14,0 điểm):**

a) Giá trị các phản lực liên kết là: **[4,0  
điểm]**

.....  
.....

b) Biểu đồ chuyển vị của các mặt cắt ngang dầm. **[4,0  
điểm]**

.....  
.....  
.....

c) Giá trị lớn nhất của chuyển vị dài cùng vị trí mặt cắt tương ứng **[2,0  
điểm]**

.....  
.....  
d) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm [4,0  
điểm]

.....  
.....  
**Bài mẫu 2 (16,0 điểm):**

a) Phản lực liên kết tại  $A, B$  và nội lực trong thanh  $CD$  khi  $x = a$  [4,0  
điểm]

.....  
.....  
b) Đồ thị quan hệ giữa nội lực thanh  $CD$  và vị trí của lực  $P$  [4,0  
điểm]

.....  
.....  
c) Vị trí của lực  $P$  ( $x = ?$ ) để thanh  $CD$  có nội lực lớn nhất [4,0  
điểm]

.....  
.....  
d) Tìm **trị số** lớn nhất của mô men uốn trong dầm và vị trí tương ứng của lực  $P$  khi  
lực  $P$  di chuyển trên dầm  $AC$   
[4,0 điểm]

.....  
.....  
**Bài mẫu 3 (10,0 điểm):**

a) Xác định giá trị cho phép của lực  $P$  để các thanh đảm bảo điều kiện bền ứng suất  
pháp. [8,0  
điểm]

.....  
.....  
b) Chuyển vị của điểm đặt lực  $P$  với giá trị của  $P$  xác định trong phần 1) [2,0  
điểm]  
.....  
.....  
.....  
.....

### ĐỀ THI VÀ ĐÁP ÁN MẪU

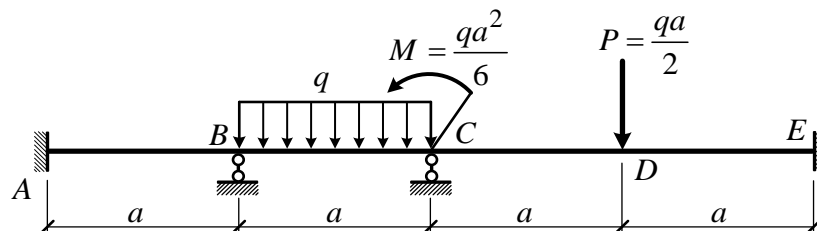
Dưới đây trình bày một đề thi mẫu gồm ba bài. Các tính toán được lập trong phần mềm Maple. Đáp án mẫu cũng là giấy thi sẽ phát cho thí sinh (khi phát cho thí sinh sẽ không có thang điểm).

#### Bài mẫu 1:

Dầm  $AE$  có kích thước, liên kết và chịu lực như trên hình vẽ (Hình 1). Biết dầm có độ cứng chống uốn  $EJ$  không đổi, bỏ qua trọng lượng bản thân dầm.

Cho:  $a = 1m$ ;  $q = 50N / cm$ ;  $EJ = 32 \cdot 10^7 N \cdot cm^2$

1. Xác định các phản lực liên kết.
2. Vẽ biểu đồ chuyển vị của các mặt cắt ngang dầm.
3. Xác định giá trị lớn nhất của chuyển vị cùng vị trí mặt cắt tương ứng.
4. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.



Hình 1

## Hướng dẫn giải:

### 1. Kiến thức cơ bản sử dụng:

- Sử dụng phương pháp thông số ban đầu.
- Các liên hệ vi phân của nội lực, phương trình vi phân đường đàn hồi.
- Các điều kiện biên tại các vị trí liên kết.

### 2. Chương trình Maple

```
> restart
> a := 100; q := 50; EJ := 320000000
> P :=  $\frac{q \cdot a}{2}$ 
> M :=  $\frac{q \cdot a^2}{6}$ 
> y1 :=  $-\frac{MA}{EJ} \cdot \frac{z^2}{2!} - \frac{RA}{EJ} \cdot \frac{z^3}{3!}$ 
> y2 :=  $y1 - \frac{RB}{EJ} \cdot \frac{(z-a)^3}{3!} + \frac{q}{EJ} \cdot \frac{(z-a)^4}{4!}$ 
> y3 :=  $y2 + \frac{M}{EJ} \cdot \frac{(z-2 \cdot a)^2}{2!} - \frac{RC}{EJ} \cdot \frac{(z-2 \cdot a)^3}{3!} - \frac{q}{EJ} \cdot \frac{(z-2 \cdot a)^4}{4!}$ 
> y4 :=  $y3 + \frac{P}{EJ} \cdot \frac{(z-3 \cdot a)^3}{3!}$ 
> pt1 :=  $RA + RB + RC + RE = q \cdot a + P$ 
> pt2 :=  $-MA - RA \cdot 2 \cdot a - RB \cdot a + \frac{q \cdot a^2}{2} + M - P \cdot a + ME + RE \cdot 2 \cdot a = 0$ 
> pt3 :=  $y1 \Big|_{z=a} = 0$ 
> pt4 :=  $y2 \Big|_{z=2 \cdot a} = 0$ 
> pt5 :=  $y4 \Big|_{z=4 \cdot a} = 0$ 
> pt6 :=  $\frac{d}{dz} y4 \Big|_{z=4 \cdot a} = 0$ 
> solve({pt1, pt2, pt3, pt4, pt5, pt6}, {MA, RA, RB, RC, ME, RE})
      MA := 17045.45455 ; ME := -49242.42424 ; RA := -511.3636364 ;
      RB := 3295.454545 ; RC := 3664.772727 ; RE := 1051.136364
> assign(%)
> yz := -piecewise(0 ≤ z ≤ a, y1, a ≤ z ≤ 2·a, y2, 2·a ≤ z ≤ 3·a, y3, 3·a ≤ z ≤ 4·a, y4)
> plot(yz, z = 0..4·a)
> Mx1 := -EJ ·  $\frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y1) \right)$ 
> Mx2 := -EJ ·  $\frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y2) \right)$ 
> Mx3 := -EJ ·  $\frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y3) \right)$ 
> Mx4 := -EJ ·  $\frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y4) \right)$ 
```

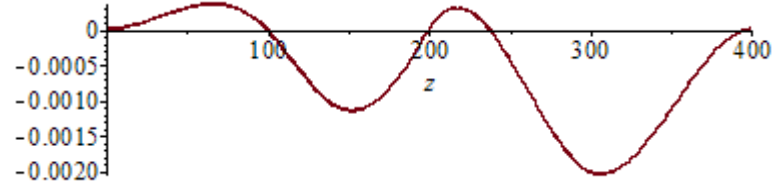
- >  $Mz := -\text{piecewise}(0 \leq z \leq a, Mx1, a \leq z \leq 2 \cdot a, Mx2, 2 \cdot a \leq z \leq 3 \cdot a, Mx3, 3 \cdot a \leq z \leq 4 \cdot a, Mx4)$
- >  $\text{plot}(Mz, z = 0..4 \cdot a)$
- >  $Qy1 := \frac{d}{dz} Mx1$
- >  $Qy2 := \frac{d}{dz} Mx2$
- >  $Qy3 := \frac{d}{dz} Mx3$
- >  $Qy4 := \frac{d}{dz} Mx4$
- >  $Qy := -\text{piecewise}(0 \leq z \leq a, Qy1, a \leq z \leq 2 \cdot a, Qy2, 2 \cdot a \leq z \leq 3 \cdot a, Qy3, 3 \cdot a \leq z \leq 4 \cdot a, Qy4)$
- >  $\text{plot}(Qy, z = 0..4 \cdot a)$

**Kết quả**

a) **Phản lực liên kết (Ncm, N):**

$MA := 17045.45455 ; ME := -49242.42424 ; RA := -511.3636364 ;$   
 $RB := 3295.454545 ; RC := 3664.772727 ; RE := 1051.136364$

b) **biểu đồ chuyển vị của các mặt cắt ngang (cm):**

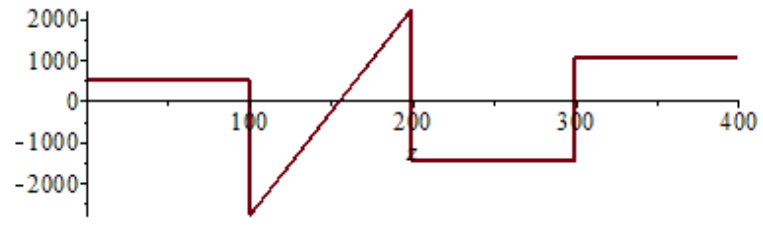


**Biểu đồ chuyển vị của mặt cắt ngang dầm (cm)**

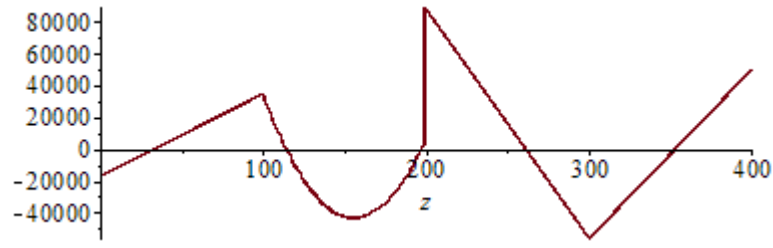
c) **Giá trị lớn nhất của chuyển vị và vị trí mặt cắt tương ứng:**

$y_{\max} = 0,22514\text{cm}; z = 3,063\text{m}$

d) **Vẽ biểu đồ nội lực:**



**Biểu đồ lực cắt (N)**

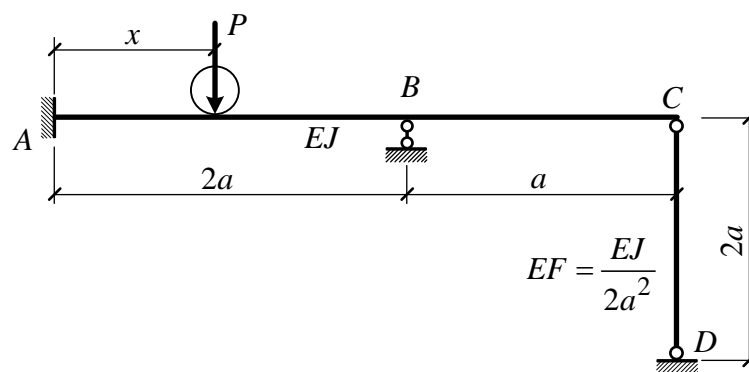


**Biểu đồ mô men uốn (Ncm)**

## Bài mẫu 2:

Hệ gồm dầm  $AB$  có độ cứng chống uốn không đổi  $EJ$  và thanh  $CD$  có độ cứng chống kéo (nén)  $EF$ . Hệ có kích thước, liên kết như trên hình vẽ (Hình 2). Hệ chịu tác dụng của lực  $P$  di động từ  $A$  đến  $C$  (lực  $P$  di động đủ chậm để không gây ra lực quán tính cho hệ). Bỏ qua trọng lượng bản thân hệ và ảnh hưởng của lực cắt trong dầm đến chuyển vị của hệ. Biết rằng:  $a = 1(m)$ ;  $P = 5(kN)$ ;  $EJ = 1728 \cdot 10^7 (N \cdot cm^2)$

1. Xác định phản lực liên kết tại  $A$ ,  $B$  và nội lực trong thanh  $CD$  khi  $x = a$ .
2. Vẽ đồ thị quan hệ giữa nội lực của thanh  $CD$  và vị trí của lực  $P$  (giá trị của  $x$ ).
3. Tìm vị trí của lực  $P$  ( $x = ?$ ) để thanh  $CD$  chịu kéo đồng thời có nội lực lớn nhất.
4. Tìm **trị số** lớn nhất của mô men uốn trong dầm và vị trí tương ứng của lực  $P$  khi lực  $P$  di chuyển trên dầm  $AC$ .



### Hướng dẫn giải:

#### 1. Kiến thức cơ bản sử dụng:

- Hệ siêu tĩnh bậc 2; các ẩn số lực:  $M_A$ ,  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $N_{CD}$ .
- Sử dụng phương pháp thông số ban đầu.
- Sử dụng 02 phương trình cân bằng tĩnh học ( $\sum m_A = 0$ ;  $\sum F_y = 0$ )
- Sử dụng 02 phương trình tương thích ( $y_B = 0$ ;  $y_C = \Delta l_{CD}$ ).
- Sử dụng các liên hệ vi phân, phương trình đường đàn hồi để tìm nội lực.

#### 2. Chương trình Maple

- > restart
- >  $P := 5000$ ;  $a := 100$ ;  $EJ := 1728 \cdot 10^7$

```

> # Neu luc P di chuyen trong doan AB
> # Cac phan luc: MA1, RA1, RB1; Noi luc thanh CD: RC1
> y11 := - $\frac{MA1}{EJ} \cdot \frac{z^2}{2!} - \frac{RA1}{EJ} \cdot \frac{z^3}{3!}$ 
> y12 := y11 +  $\frac{P}{EJ} \cdot \frac{(z-x)^3}{3!}$ 
> y13 := y12 -  $\frac{RB1}{EJ} \cdot \frac{(z-2 \cdot a)^3}{3!}$ 
> pt11 := RA1 + RB1 + RC1 = P
> pt12 := -MA1 - P \cdot x + RB1 \cdot 2 \cdot a + RC1 \cdot 3 \cdot a = 0
> pt13 := y12  $\Big|_{z=2 \cdot a} = 0$ 
> pt14 := y13  $\Big|_{z=3 \cdot a} = \frac{2 \cdot RC1 \cdot a^3}{EJ}$ 
> solve({pt11, pt12, pt13, pt14}, {MA1, RA1, RB1, RC1})

$$\left\{ \begin{aligned} MA1 &= -\frac{25}{34} x^3 + \frac{135}{34} x^2 - 5x, RA1 = 5 + \frac{65}{136} x^3 - \frac{75}{34} x^2, RB1 = -\frac{95}{136} x^3 + \frac{45}{17} x^2, \\ RC1 &= \frac{15}{68} x^3 - \frac{15}{34} x^2 \end{aligned} \right\}$$

> assign(%)
> MA = evalf(MA1  $\Big|_{x=a}$ ); RA = evalf(RA1  $\Big|_{x=a}$ ); RB = evalf(RB1  $\Big|_{x=a}$ ); NCD = evalf(RC1  $\Big|_{x=a}$ )

MA = -1.764705882 105; RA = 3272.058824; RB = 1948.529412; NCD = -220.5882353

> # Neu luc P di chuyen trong doan BC
> # Cac phan luc: MA2, RA2, RB2; Noi luc thanh CD: RC2
> y21 := - $\frac{MA2}{EJ} \cdot \frac{z^2}{2!} - \frac{RA2}{EJ} \cdot \frac{z^3}{3!}$ 
> y22 := y21 -  $\frac{RB2}{EJ} \cdot \frac{(z-2 \cdot a)^3}{3!}$ 
> y23 := y22 +  $\frac{P}{EJ} \cdot \frac{(z-x)^3}{3!}$ 
> pt21 := RA2 + RB2 + RC2 = P
> pt22 := -MA2 - P \cdot x + RB2 \cdot 2 \cdot a + RC2 \cdot 3 \cdot a = 0
> pt23 := y21  $\Big|_{z=2 \cdot a} = 0$ 
> pt24 := y23  $\Big|_{z=3 \cdot a} = \frac{2 \cdot RC2 \cdot a^3}{EJ}$ 
> solve({pt21, pt22, pt23, pt24}, {MA2, RA2, RB2, RC2})

$$\left\{ \begin{aligned} MA2 &= -\frac{120}{17} + \frac{5}{34} x^3 - \frac{45}{34} x^2 + \frac{95}{17} x, RA2 = \frac{180}{17} - \frac{15}{68} x^3 + \frac{135}{68} x^2 - \frac{285}{34} x, RB2 \\ &= -\frac{165}{17} + \frac{35}{68} x^3 - \frac{315}{68} x^2 + \frac{495}{34} x, RC2 = -\frac{5}{17} x^3 + \frac{45}{17} x^2 - \frac{105}{17} x + \frac{70}{17} \end{aligned} \right\}$$

> assign(%)
> RC := -piecewise(0 ≤ x ≤ 2 \cdot a, RC1, 2 \cdot a < x ≤ 3 \cdot a, RC2)
> plot(RC, x = 0 .. 3 \cdot a)
> RC_max = evalf(maximize(RC, x = 0 .. 2 \cdot a, location))

```



$$RC\_max = (261.4379085, \{[x = 133.3333333], 261.4379085\})$$

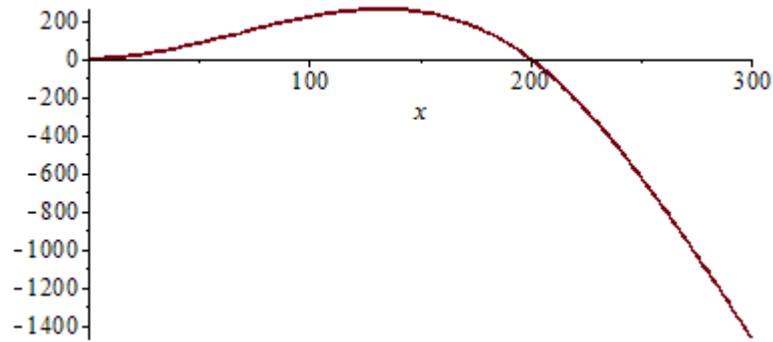
- > # Tim gia tri lon nhat cua momen uon
- > # Neu P di chuyen trong AB:  $0 \leq x \leq 2a$
- >  $Mx11 := -EJ \cdot \frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y11) \right)$
- >  $Mx12 := -EJ \cdot \frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y12) \right)$
- >  $Mx13 := -EJ \cdot \frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y13) \right)$
- >  $MxA1 := Mx11 \Big|_{z=0}$
- >  $MxP1 := Mx11 \Big|_{z=x}$
- >  $MxB1 := Mx12 \Big|_{z=2 \cdot a}$
- >  $maxMxA1 := evalf(maximize(abs(MxA1), x = 0 .. 2 \cdot a, location))$   
 $maxMxA1 := 1.835688036, \{[x = 0.8134234273], 1.835688036\}$
- >  $maxMxP1 := evalf(maximize(abs(MxP1), x = 0 .. 2 \cdot a, location))$   
 $maxMxP1 := 1.627964552, \{[x = 1.225288671], 1.627964552\}$
- >  $maxMxB1 := evalf(maximize(abs(MxB1), x = 0 .. 2 \cdot a, location))$   
 $maxMxB1 := 0.2614379085, \{[x = 1.333333333], 0.2614379085\}$
- > # Tim gia tri lon nhat cua momen uon
- > # Neu P di chuyen trong doan BC:  $2a \leq x \leq 3a$
- >  $Mx21 := -EJ \cdot \frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y21) \right)$
- >  $Mx22 := -EJ \cdot \frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y22) \right)$
- >  $Mx23 := -EJ \cdot \frac{d}{dz} \left( \frac{d}{dz} (y23) \right)$
- >  $MxA2 := Mx21 \Big|_{z=0}$
- >  $MxP2 := Mx22 \Big|_{z=x}$
- >  $MxB2 := Mx21 \Big|_{z=2 \cdot a}$
- >  $maxMxA2 := evalf(maximize(abs(MxA2), x = 2 \cdot a .. 3 \cdot a, location))$   
 $maxMxA2 := 1.764705882, \{[x = 3.], 1.764705882\}$
- >  $maxMxP2 := evalf(maximize(abs(MxP2), x = 2 \cdot a .. 3 \cdot a, location))$   
 $maxMxP2 := 0.316491761625772, \{[x = 2.553701774], 0.316491761625772\}, [x = 2.553701821], 0.316491761625772\}$
- >  $maxMxB2 := evalf(maximize(abs(MxB2), x = 2 \cdot a .. 3 \cdot a, location))$   
 $maxMxB2 := 3.529411765, \{[x = 3.], 3.529411765\}$

### Kết quả:

a) Xác định phản lực liên kết tại A, B và nội lực thanh CD khi  $x = a$ : (Ncm, N)

$$MA = -1.764705882 \cdot 10^5 ; RA = 3272.058824 ; RA = 1948.529412 ; NCD = -220.5882353$$

b) Vẽ đồ thị quan hệ  $N_{CD}$  (N) và  $x$  (cm):



**b) Tìm vị trí của  $P$  để thanh  $CD$  chịu kéo và có nội lực lớn nhất:**

Khi lực  $P$  cách ngàm  $A$  một khoảng  $x = \frac{4}{3}(m) = 1,333(m)$  thì thanh  $CD$  chịu kéo

và có nội lực lớn nhất:  $N_{\max} = \frac{40}{153} = 0,2614(kN)$ .

**c) Tìm trị số lớn nhất của mô men uốn nội lực trong dầm và vị trí lực  $P$  tương ứng:**

Khi lực  $P$  tại mặt cắt  $C$  ( $x = 3m$ ), mô men uốn lớn nhất trong dầm tại mặt cắt  $B$ , có trị số là:  $3,53 kNm$ .

### **Bài mẫu 3:**

Hệ gồm một thanh tuyệt đối cứng và 6 thanh đàn hồi có kích thước, liên kết và chịu lực như trên hình vẽ. Biết rằng các thanh đàn hồi được làm từ cùng một loại vật liệu với mô đun đàn hồi  $E$ , ứng suất cho phép:  $[\sigma]_{\text{nen}} = 12kN/cm^2$ ;  $[\sigma]_{\text{keo}} = 16kN/cm^2$ .

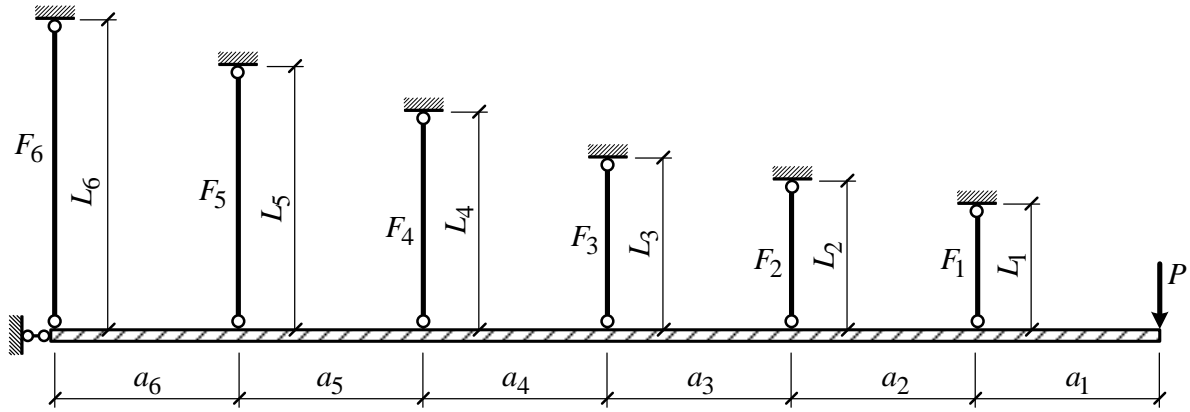
Biết rằng:  $E = 2.10^7 N/cm^2$ ;  $F = 3cm^2$ ;  $L = 1m$ ;  $a = 0,5m$ .

$$L_1 = 3L; L_2 = 3,5L; L_3 = 4L; L_4 = 4,5L; L_5 = 5L; L_6 = 5,5L;$$

$$a_1 = a; a_2 = 1,2a; a_3 = 1,4a; a_4 = 1,6a; a_5 = 1,8a; a_6 = 2a.$$

$$F_1 = F; F_2 = 0,8F; F_3 = 0,6F; F_4 = 0,5F; F_5 = 0,4F; F_6 = 0,2F.$$

1. Xác định giá trị cho phép của lực  $P$  để các thanh đảm bảo điều kiện bền ứng suất pháp.
2. Tính chuyển vị của điểm đặt lực  $P$  với giá trị của  $P$  xác định trong phần 1).



**Hướng dẫn giải:**

### 1. Kiến thức sử dụng:

- Các phương trình cân bằng tĩnh học.
- Các phương trình biến dạng bổ sung.

### 2. Chương trình Maple

```

> restart
> # Nhập số liệu (Chiều dài: cm; Luc: N; Diện tích: cm2)
> L := 100; a := 50; F := 3; E := 20000000; XimaN := 12000; XimaK := 16000
> L1 := 3·L; L2 := 3.5·L; L3 := 4·L; L4 := 4.5·L; L5 := 5·L; L6 := 5.5·L;
> a1 := a; a2 := 1.2·a; a3 := 1.4·a; a4 := 1.6·a; a5 := 1.8·a; a6 := 2·a;
> F1 := F; F2 := 0.8·F; F3 := 0.6·F; F4 := 0.5·F; F5 := 0.4·F; F6 := 0.2·F;
> Del1 :=  $\frac{N1 \cdot L1}{E \cdot F1}$ ; Del2 :=  $\frac{N2 \cdot L2}{E \cdot F2}$ ; Del3 :=  $\frac{N3 \cdot L3}{E \cdot F3}$ ; Del4 :=  $\frac{N4 \cdot L4}{E \cdot F4}$ ; Del5 :=  $\frac{N5 \cdot L5}{E \cdot F5}$ ;
  Del6 :=  $\frac{N6 \cdot L6}{E \cdot F6}$ 
>
> pt1 := N1 + N2 + N3 + N4 + N5 + N6 = P
> pt2 := N1·a1 + N2·(a1 + a2) + N3·(a1 + a2 + a3) + N4·(a1 + a2 + a3 + a4) + N5·(a1
  + a2 + a3 + a4 + a5) + N6·(a1 + a2 + a3 + a4 + a5 + a6) = 0
> pt3 := (Del2 - Del1)·(a2 + a3) = (Del3 - Del1)·a2
> pt4 := (Del2 - Del1)·(a2 + a3 + a4) = (Del4 - Del1)·a2
> pt5 := (Del2 - Del1)·(a2 + a3 + a4 + a5) = (Del5 - Del1)·a2
> pt6 := (Del2 - Del1)·(a2 + a3 + a4 + a5 + a6) = (Del6 - Del1)·a2
> solve({pt1, pt2, pt3, pt4, pt5, pt6}, {N1, N2, N3, N4, N5, N6})
> assign(%)
> Xic1 :=  $\frac{N1}{F1}$ ; Xic2 :=  $\frac{N2}{F2}$ ; Xic3 :=  $\frac{N3}{F3}$ ; Xic4 :=  $\frac{N4}{F4}$ ; Xic5 :=  $\frac{N5}{F5}$ ; Xic6 :=  $\frac{N6}{F6}$ 
>
> pt7 := -Xic6 = XimaN
> pt8 := Xic1 = XimaK
> P_nen := solve(pt7)
> P_keo := solve(pt8)
> P_chophep := P_keo
  P_chophep = 60539.14456
> P := P_chophep

```

$$\begin{aligned} > \text{Del1} &:= \frac{N1 \cdot L1}{E \cdot F1}; \text{Del2} := \frac{N2 \cdot L2}{E \cdot F2}; \text{Del3} := \frac{N3 \cdot L3}{E \cdot F3}; \text{Del4} := \frac{N4 \cdot L4}{E \cdot F4}; \text{Del5} := \frac{N5 \cdot L5}{E \cdot F5}; \\ &\text{Del6} := \frac{N6 \cdot L6}{E \cdot F6} \end{aligned}$$

$$> \text{pt9} := (\text{Del1} - \text{DelP}) \cdot (a1 + a2) = (\text{Del2} - \text{DelP}) \cdot a1$$

$$> \text{CviP} = \text{solve}(\text{pt9}, \text{DelP})$$

$$\text{CviP} = 0.3054897898$$

**Kết quả:**

**a) Xác định giá trị cho phép của lực  $P$**

$$[P] = 6,054 \text{ kN}$$

**b) Xác định chuyển vị của điểm đặt lực  $P$**

Chuyển vị của điểm đặt lực  $P$  xuống phía dưới: 0,3055 cm.